

Übersicht über die Stereometrie

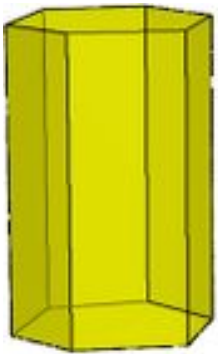
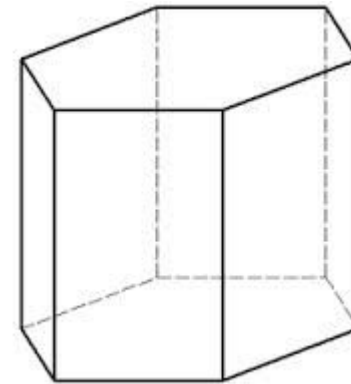
Inhalt

- 1. Prismen allgemein**
- 2. Würfel**
- 3. Dreiecksprisma**
- 4. Quader**
- 5. Trapezprisma**
- 6. Zylinder**
- 7. Kegel**
- 8. Pyramide**
- 9. Aufgabe**
- 10. Lösung zur Aufgabe**

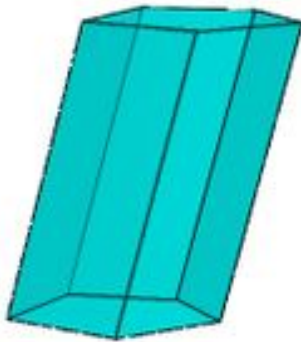
Prismen

-Grund und Deckfläche sind gleich und parallel

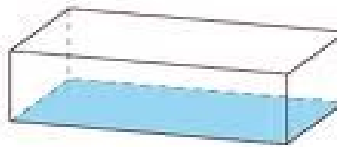
-Seitenflächen bestehend aus Rechtecken



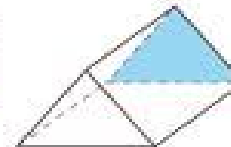
A



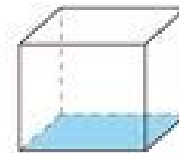
B



Quader



Dreieckssäule /
Dreiecksprisma



Würfel

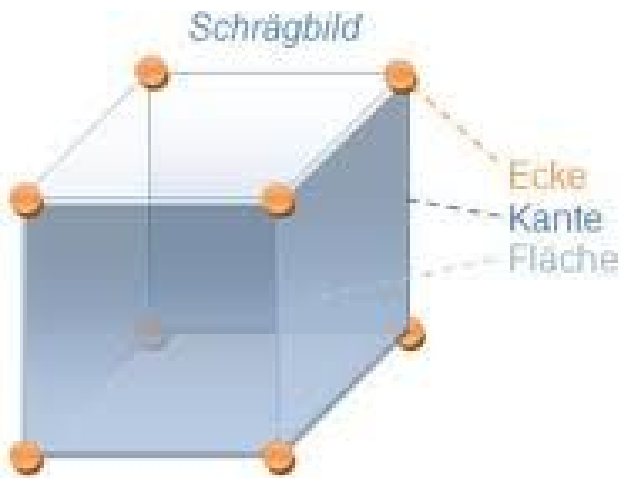
$$V = G \cdot h$$

$$O = 2G + M$$

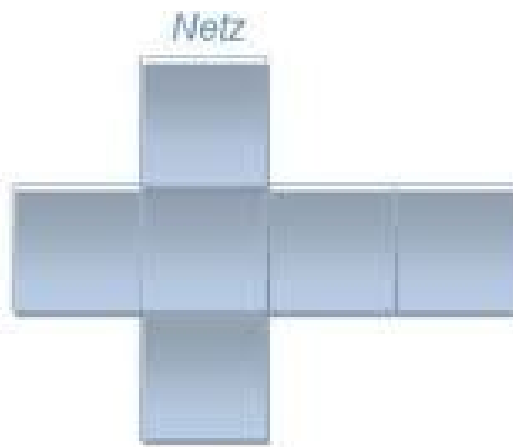
$$M = u \cdot h$$

Prismen

Würfel

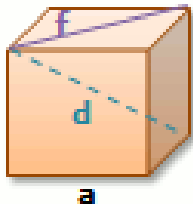


$$V = a^3$$



$$O = 6 \cdot a^2$$

Würfel Formeln



Oberfläche $O = 6a^2$

Volumen $V = a \cdot a \cdot a$

Flächendiagonale $f = \sqrt{2a^2}$

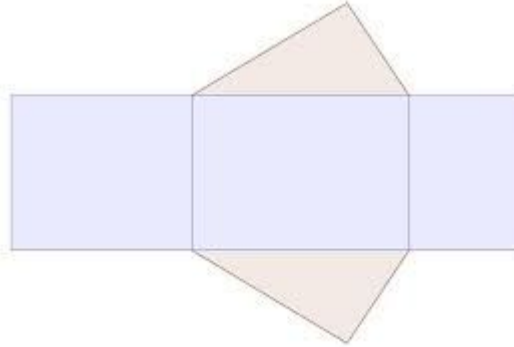
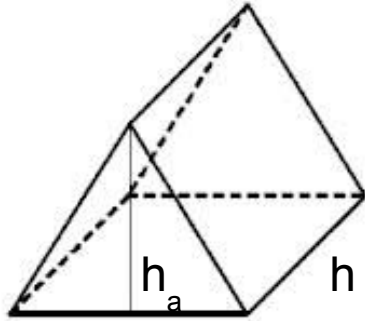
Raumdiagonale $r = \sqrt{3} \cdot a$

$$\sqrt{2} \cdot a$$

Ein Würfel besteht aus 6 quadratischen Flächen, er hat 8 Ecken.

Prismen

Dreiecksprisma



- 2 Dreiecke als Grundflächen $G = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a$

- 3 Rechtecke als Seitenflächen

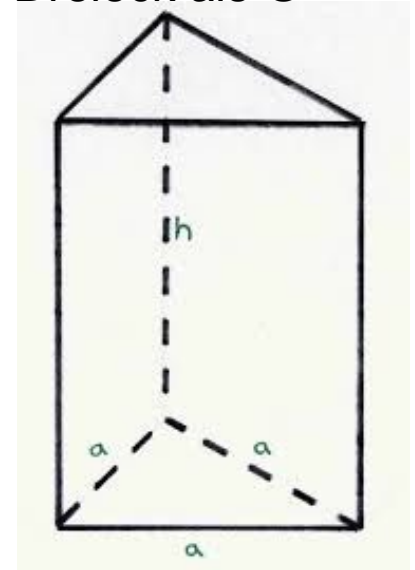
Unterscheide zwischen h und h_a !

$$M = 3 \cdot a \cdot h$$

$$V = G \cdot h$$

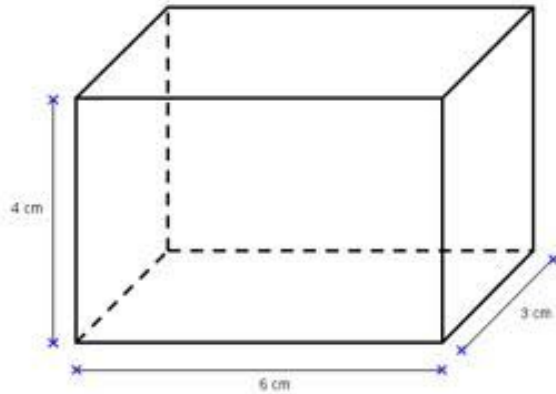
$$O = 2G + M$$

Prisma mit
gleichseitigem
Dreieck als G



Prismen

Quader



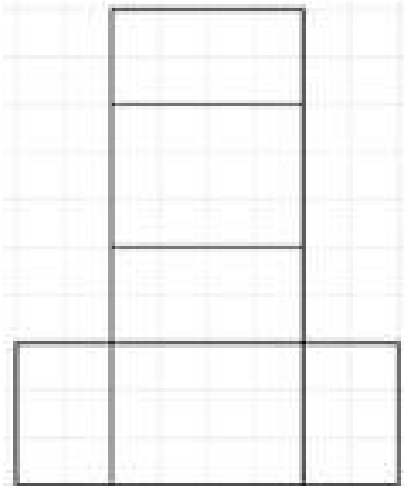
Quader Formeln



Oberfläche $O = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot c + 2 \cdot b \cdot c$

Volumen $V = a \cdot b \cdot c$

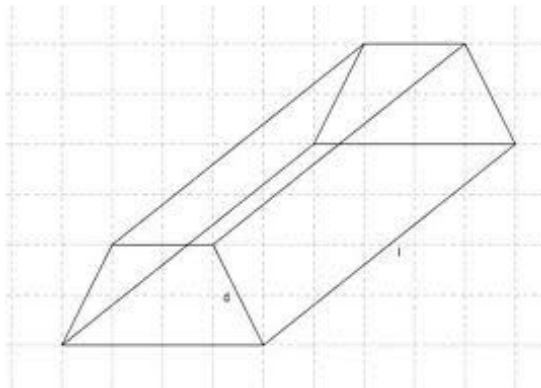
Raumdiagonale $r = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$



- 6 rechteckige Flächen
- nur rechte Winkel
- gegenüberliegende Flächen sind deckungsgleich

Trapezprisma

Ein Trapezprisma ist ein Prisma mit zwei zueinander parallelen trapezförmigen Flächen. Die Höhe des Prismas steht dabei senkrecht auf der Grundfläche (Trapez).

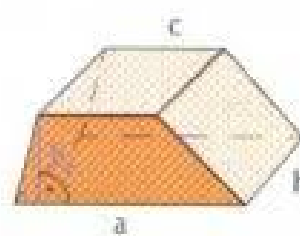


Ein Trapez heißt **gleichschenkelig** oder **symmetrisch**, wenn die beiden Seiten, die nicht Grundseiten sind, gleich lang sind.

Ein Trapez heißt **senkrecht**, wenn es mindestens einen rechten Innenwinkel gibt.

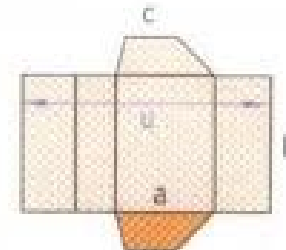
Ein Trapezprisma, ist ein Körper mit zwei gleichen parallel verschobenen trapezförmigen Flächen.

Trapezsäule (Prisma mit trapezförmiger Grundfläche)



$$V = A_G \cdot h$$

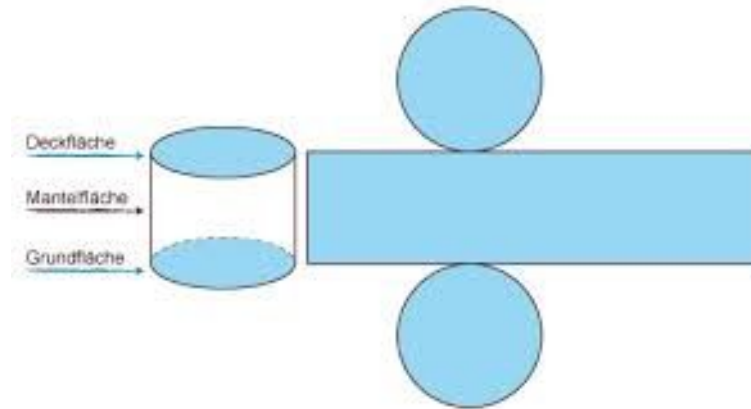
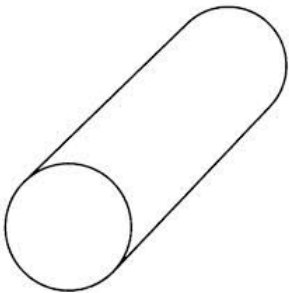
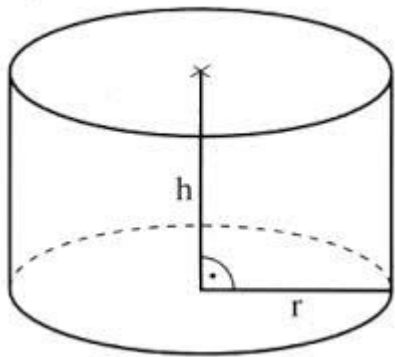
$$A_G = 2 \cdot A_G + A_H$$



$$A_G = \frac{a+c}{2} \cdot h_a$$

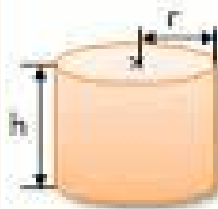
$$A_H = u \cdot h$$

Zylinder



Ein Zylinder, ist ein Körper mit zwei parallelen, ebenen und deckungsgleichen Flächen und einem Mantel bzw. Zylinderfläche.

Zylinder Formel:



Umfang $U = 2 \cdot \pi \cdot r$

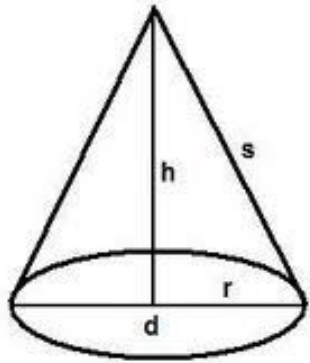
Grundfläche $G = \pi \cdot r^2$

Mantelfläche $M = u \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$

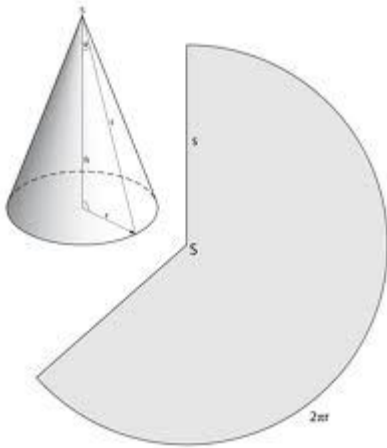
Oberfläche $O = 2G + M = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$

Volumen $V = G \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h$

Der Kegel

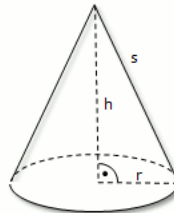


- Kreisförmige Grundfläche (G)
- Mantelfläche (M) = Kreisausschnitt
- Oberfläche (O) = Grund u. Mantelfläche



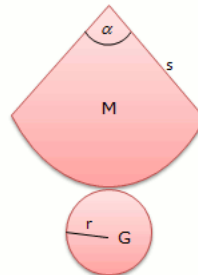
Beachte: $s=r$, Seitenkante s des Kegels entspricht dem Radius r der Grundfläche (Kreisausschnitt mit Mittelpunktswinkel α)

Kegel Volumen, Mantel und Oberfläche



Volumen eines Kegels

$$V_{\text{Kegel}} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot h$$



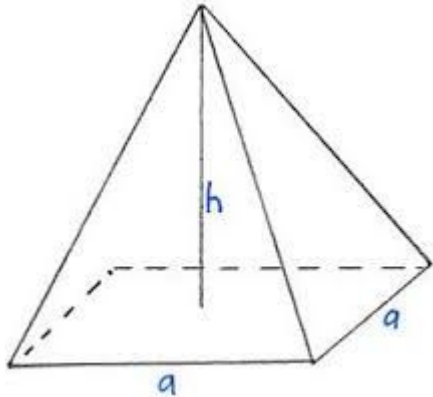
Mantelfläche und Oberfläche eines Kegels

Mantelfläche M = Kreisausschnitt: $M = \pi \cdot r \cdot s$

Grundfläche G = Kreisfläche: $G = \pi \cdot r^2$

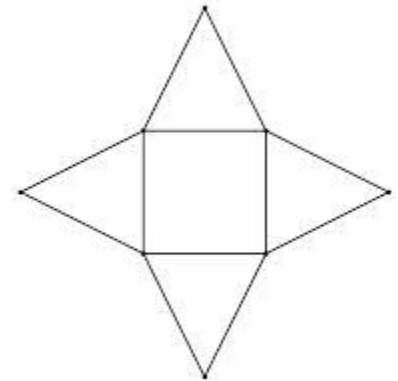
Oberfläche $O_{\text{Kegel}} = G + M = \pi r^2 + \pi \cdot r \cdot s$

Pyramide



Quadratpyramide

- Viereck als Grundfläche
- vier Dreiecke als Mantelfläche

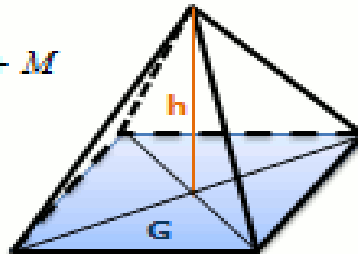


Unterscheide zwischen h und h_a !

Pyramide Formeln

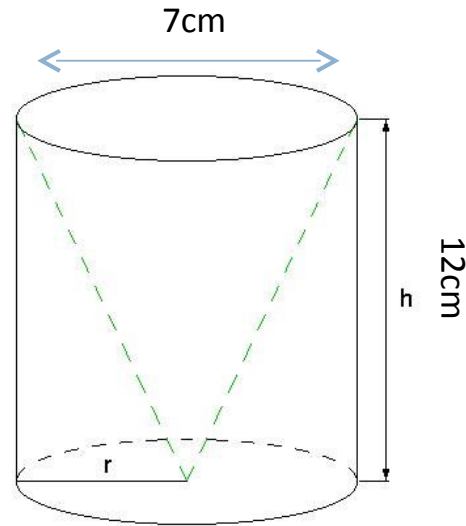
Volumen $V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$

Oberfläche $O = G + M$



$$G = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a$$

Aufgabe



Berechne das Volumen und die Oberfläche des dargestellten Zylinders, aus dem ein Kegel herausgedreht ist.

Lösung

Zylinder

Kegel

Zylinder

Kegel

$$G = \pi \cdot r^2$$
$$G = 38,48 \text{ cm}$$

$$G = \pi \cdot r^2$$
$$G = 38,48 \text{ cm}$$

$$M = 2\pi r \cdot h$$
$$M = 263,89 \text{ cm}^2$$

$$r = d/2$$
$$r = 3,5 \text{ cm}$$

$$V = G \cdot h$$
$$V = 38,48 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm}$$
$$V = 461,76 \text{ cm}^3$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$$
$$V = 153,92 \text{ cm}^3$$

$$S^2 = r^2 + h^2$$
$$S^2 = \sqrt{156,25}$$
$$S = 12,5$$

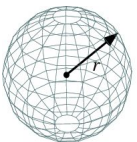
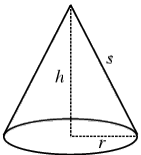
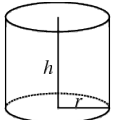
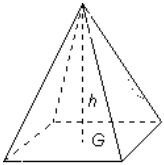
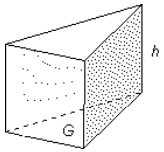
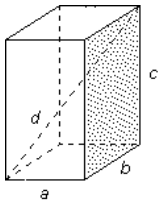
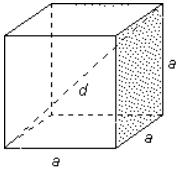
$$V_{\text{ges}} = 461,76 - 153,92$$
$$= 307,84$$

$$O = 2G + M$$
$$O = 2 \cdot 38,48 + 263,89$$
$$9$$
$$O = 340,85 \text{ cm}^2$$

$$O = \pi r^2 + \pi r s$$
$$O = 175,92 \text{ cm}^2$$

$$O_{\text{ges}} = 340,85 - 175,20$$
$$= 164,93 \text{ cm}^2$$

Formelsammlung der Körper



Körper

Oberfläche

Volumen

Sonstiges

Würfel

$$O = 6a^2$$

$$V = a^3$$

$$d = a\sqrt{3}$$

Quader

$$O = 2(ab+ac+bc)$$

$$V = abc$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

Prisma

$$O = 2G + M$$

$$V = G \cdot h$$

$$M = u \cdot h$$

Pyramide

$$O = G + M$$

$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$

$$G = a^2$$

Zylinder

$$O = 2r^2\pi + 2r\pi h$$

$$V = r^2\pi h$$

$$M = 2r\pi h$$

Kegel

$$O = r^2\pi + r\pi s$$

$$V = \frac{r^2\pi h}{3}$$

$$M = r\pi s$$

Kugel

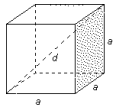
$$O = 4r^2\pi$$

$$V = \frac{4r^3\pi}{3}$$

$$s = \sqrt{r^2 + h^2}$$

Übersicht über die Stereometrie

Körper	Oberfläche	Volumen	Sonstiges
--------	------------	---------	-----------

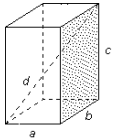


Würfel

$$O = 6a^2$$

$$V = a^3$$

$$d = a\sqrt{3}$$

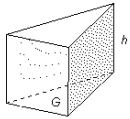


Quader

$$O = 2(ab+ac+bc)$$

$$V = abc$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

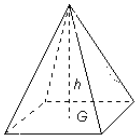


Prisma

$$O = 2G + M$$

$$V = G \cdot h$$

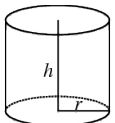
$$M = u \cdot h$$



Pyramide

$$O = G + M$$

$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$

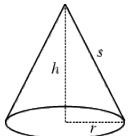


Zylinder

$$O = 2r^2\pi + 2r\pi h$$

$$V = r^2\pi h$$

$$M = 2r\pi h$$

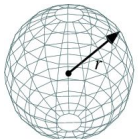


Kegel

$$O = r^2\pi + r\pi s$$

$$V = \frac{r^2\pi h}{3}$$

$$M = r\pi s$$



Kugel

$$O = 4r^2\pi$$

$$V = \frac{4r^3\pi}{3}$$

$$s = \sqrt{r^2 + h^2}$$