

Übersicht über die Stereometrie

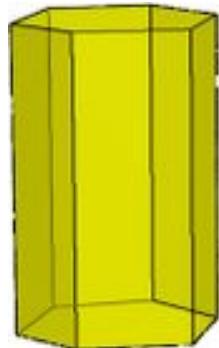
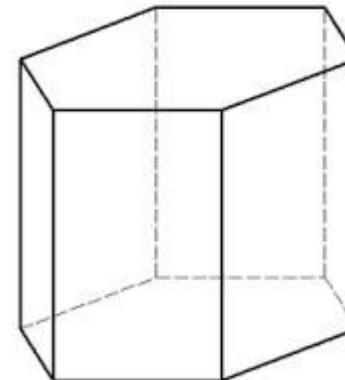
Inhalt

- 1. Prismen allgemein**
- 2. Würfel**
- 3. Dreiecksprisma**
- 4. Quader**
- 5. Trapezprisma**
- 6. Zylinder**
- 7. Kegel**
- 8. Pyramide**
- 9. Aufgabe**
- 10. Lösung zur Aufgabe**

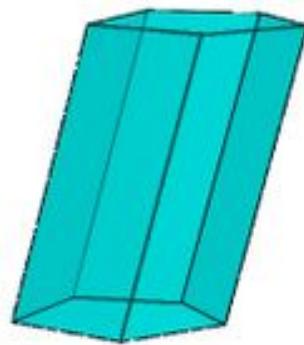
Prismen

-Grund und Deckfläche sind gleich und parallel

-Seitenflächen bestehend aus Rechtecken



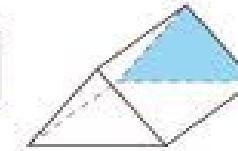
A



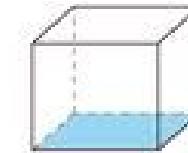
B



Quader



Dreieckssäule /
Dreiecksprisma



Würfel

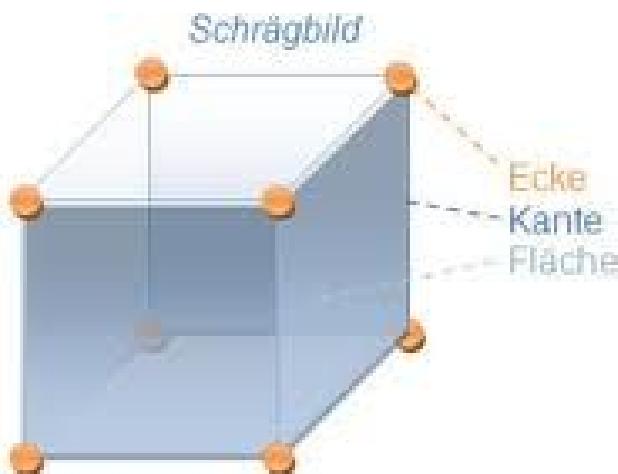
$$V = G \cdot h$$

$$O = 2G + M$$

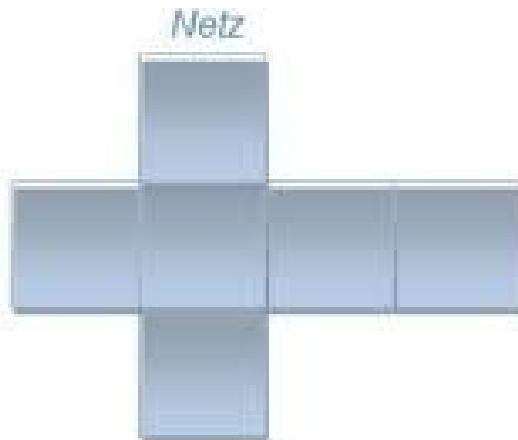
$$M = u \cdot h$$

Prismen

Würfel

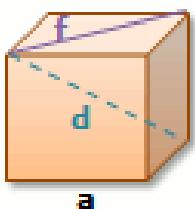


$$V = a^3$$



$$O = 6 \cdot a^2$$

Würfel Formeln



$$\text{Oberfläche } O = 6a^2$$

$$\text{Volumen } V = a \cdot a \cdot a$$

$$\text{Flächendiagonale } f = \sqrt{2}a^2$$

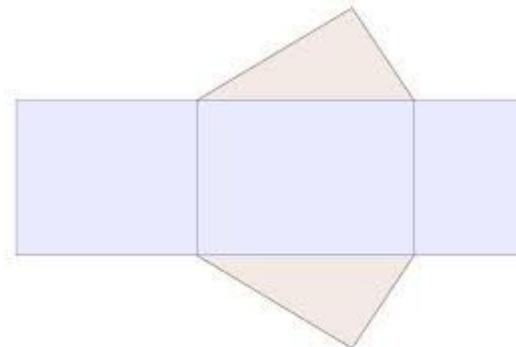
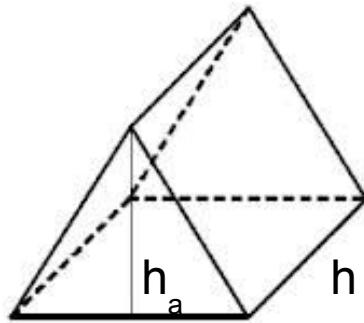
$$\text{Raumdiagonale } r = \sqrt{3} \cdot a$$

$$\sqrt{2} \cdot a$$

Ein Würfel besteht aus 6 quadratischen Flächen, er hat 8 Ecken.

Prismen

Dreiecksprisma



- 2 Dreiecke als Grundflächen $G = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a$

- 3 Rechtecke als Seitenflächen

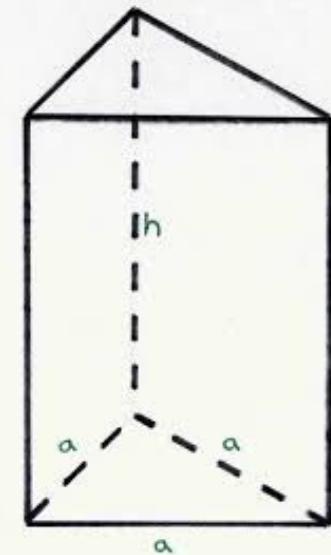
Unterschiede zwischen h und h_a !

$$M = 3 \cdot a \cdot h$$

$$V = G \cdot h$$

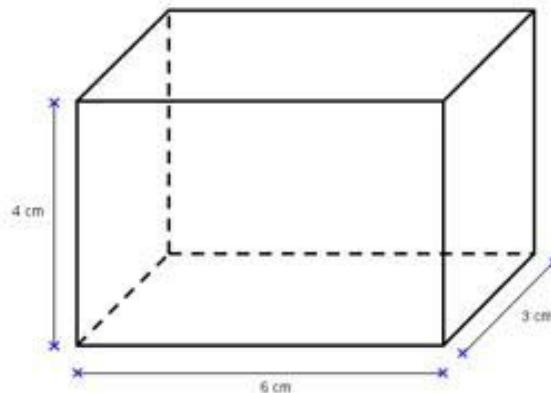
$$O = 2G + M$$

Prisma mit
gleichseitigem
Dreieck als G



Prismen

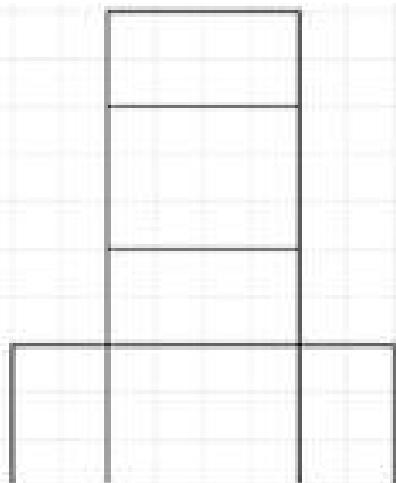
Quader



Quader Formeln

The diagram shows a blue rectangular prism with vertices labeled 'a', 'b', 'c', and 'd'. Vertex 'a' is at the bottom front, 'b' is at the top front, 'c' is at the top back, and 'd' is at the bottom back. A small orange box contains the formulas:

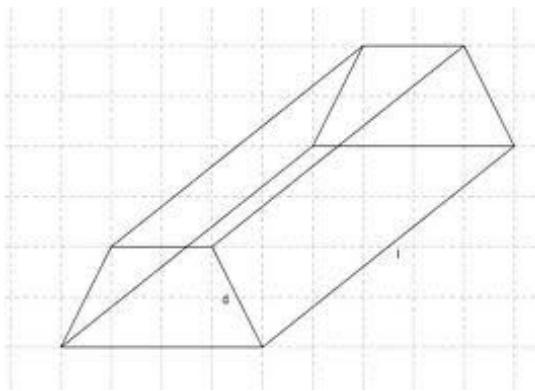
- Oberfläche: $O = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot c + 2 \cdot b \cdot c$
- Volumen: $V = a \cdot b \cdot c$
- Raumdiagonale: $r = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$



- 6 rechteckige Flächen
- nur rechte Winkel
- gegenüberliegende Flächen sind deckungsgleich

Trapezprisma

Ein Trapezprisma ist ein Prisma mit zwei zueinander parallelen trapezförmigen Flächen. Die Höhe des Prismas steht dabei senkrecht auf der Grundfläche (Trapez).

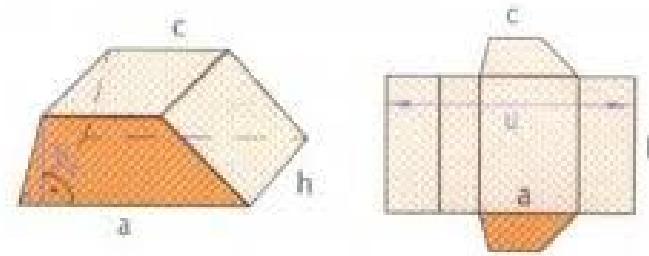


Ein Trapez heißt **gleichschenklig** oder **symmetrisch**, wenn die beiden Seiten, die nicht Grundseiten sind, gleich lang sind.

Ein Trapez heißt **senkrecht**, wenn es mindestens einen rechten Innenwinkel gibt.

Ein Trapezprisma, ist ein Körper mit zwei gleichen parallel verschobenen trapezförmigen Flächen.

Trapezsäule (Prisma mit trapezförmiger Grundfläche)



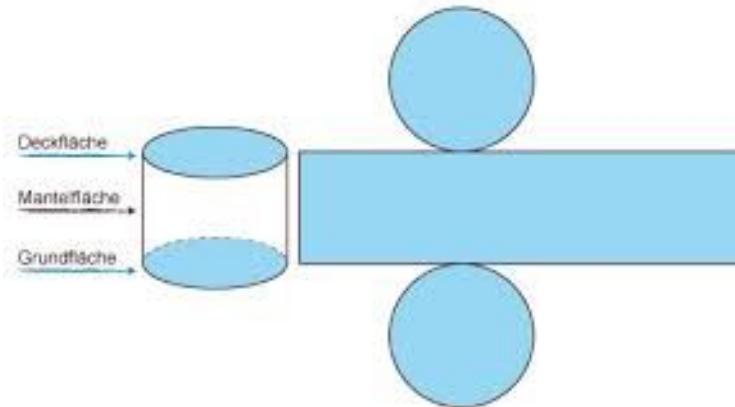
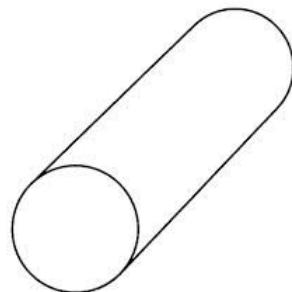
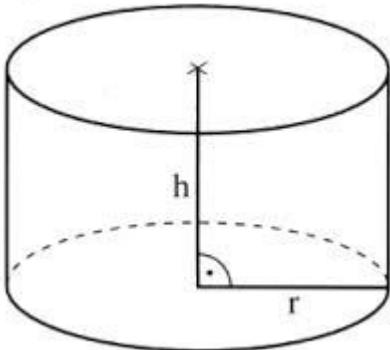
$$V = A_G \cdot h$$

$$A_G = 2 \cdot A_{G_1} + A_{G_2}$$

$$A_G = \frac{a+c}{2} \cdot h_a$$

$$A_M = u \cdot h$$

Zylinder



Ein Zylinder, ist ein Körper mit zwei parallelen, ebenen und deckungsgleichen Flächen und einem Mantel bzw. Zylinderfläche.

Zylinder Formel:

$$\text{Umfang } U = 2 \cdot \pi \cdot r$$



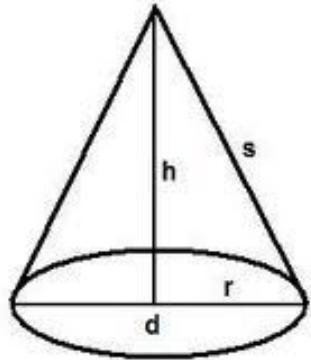
$$\text{Grundfläche } G = \pi \cdot r^2$$

$$\text{Mantelfläche } M = u \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

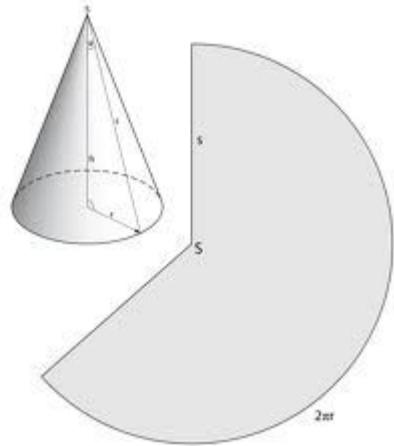
$$\text{Oberfläche } O = 2G + M = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

$$\text{Volumen } V = G \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

Der Kegel



- Kreisförmige Grundfläche (G)
- Mantelfläche (M) = Kreisausschnitt
- Oberfläche (O) = Grund u. Mantelfläche



Beachte: $s=r$, Seitenkante s des Kegels entspricht dem Radius r der Grundfläche (Kreisausschnitt mit Mittelpunktswinkel α)

Kegel Volumen, Mantel und Oberfläche

Volumen eines Kegels

$$V_{\text{Kegel}} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot h$$

Mantelfläche und Oberfläche eines Kegels

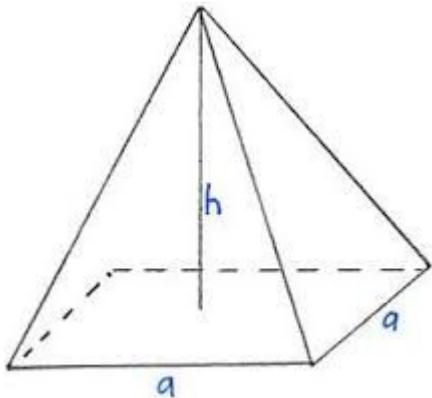
Mantelfläche M = Kreisausschnitt: $M = \pi \cdot r \cdot s$

Grundfläche G = Kreisfläche: $G = \pi \cdot r^2$

Oberfläche O_{Kegel} = $G + M = \pi r^2 + \pi \cdot r \cdot s$

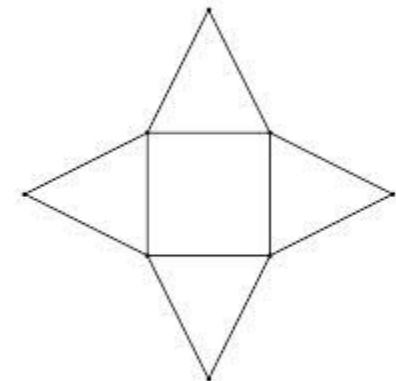
S

Pyramide



Quadratpyramide

- Viereck als Grundfläche
- vier Dreiecke als Mantelfläche



Unterscheide zwischen h und h_a !

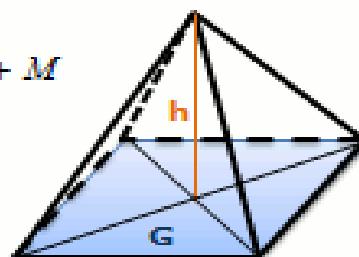
Pyramide Formeln

$$\text{Volumen } V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$$

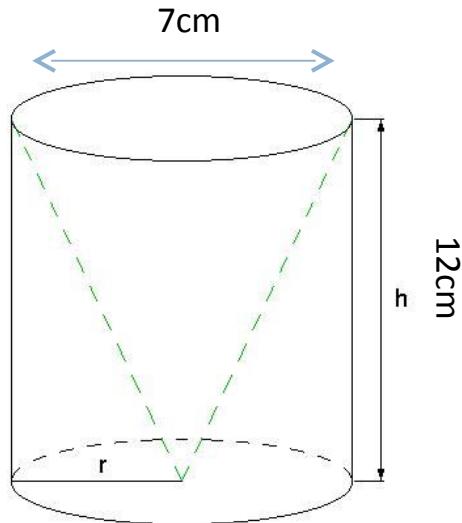
$$\text{Oberfläche } O = G + M$$

$$G = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a$$

S



Aufgabe



Berechne das Volumen und die Oberfläche des dargestellten Zylinders, aus dem ein Kegel herausgedreht ist.

Lösung

Zylinder

$$G = \pi \cdot r^2$$

$$G = 38,48 \text{ cm}$$

$$V = G \cdot h$$

$$V = 38,48 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm}$$

$$V = 461,76 \text{ cm}^3$$

Kegel

$$G = \pi \cdot r^2$$

$$G = 38,48 \text{ cm}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$$

$$V = 153,92 \text{ cm}^3$$

Zylinder

$$M = 2\pi r \cdot h$$

$$M = 263,89 \text{ cm}^2$$

Kegel

$$r = d/2$$

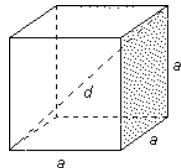
$$r = 3,5 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} V_{\text{ges}} &= 461,76 - 153,92 \\ &= 307,84 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} O &= 2G + M \\ O &= 2 \cdot 38,48 + 263,8 \\ &9 \\ O &= 340,85 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} O_{\text{ges}} &= 340,85 - 175,20 \\ &= 164,93 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Formelsammlung der Körper



Körper

Oberfläche

Volumen

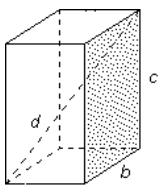
Sonstiges

Würfel

$$O = 6a^2$$

$$V = a^3$$

$$d = a\sqrt{3}$$

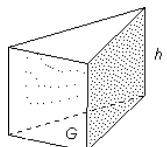


Quader

$$O = 2(ab+ac+bc)$$

$$V = abc$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

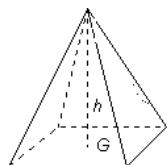


Prisma

$$O = 2G + M$$

$$V = G \cdot h$$

$$M = u \cdot h$$

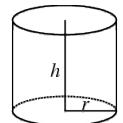


Pyramide

$$O = G + M$$

$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$

$$G = a^2$$

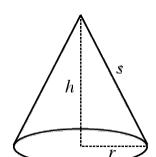


Zylinder

$$O = 2r^2\pi + 2r\pi h$$

$$V = r^2\pi h$$

$$M = 2r\pi h$$

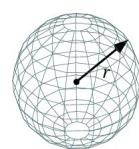


Kegel

$$O = r^2\pi + r\pi s$$

$$V = \frac{r^2\pi h}{3}$$

$$M = r\pi s$$



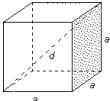
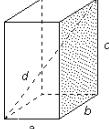
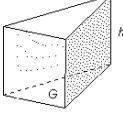
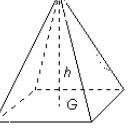
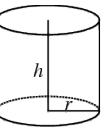
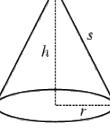
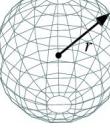
Kugel

$$O = 4r^2\pi$$

$$V = \frac{4r^3\pi}{3}$$

$$s = \sqrt{r^2 + h^2}$$

Übersicht über die Stereometrie

Körper	Oberfläche	Volumen	Sonstiges
	Würfel $O = 6a^2$	$V = a^3$	$d = a\sqrt{3}$
	Quader $O = 2(ab+ac+bc)$	$V = abc$	$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
	Prisma $O = 2G + M$	$V = G \cdot h$	$M = u \cdot h$
	Pyramide $O = G + M$	$V = \frac{G \cdot h}{3}$	
	Zylinder $O = 2r^2\pi + 2\pi rh$	$V = r^2\pi h$	$M = 2\pi rh$
	Kegel $O = r^2\pi + r\pi s$	$V = \frac{r^2\pi h}{3}$	$M = r\pi s$
	Kugel $O = 4r^2\pi$	$V = \frac{4r^3\pi}{3}$	$s = \sqrt{r^2 + h^2}$